

Zadania - Grawitacja

1. Wiedząc, że stała grawitacji wynosi $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, przyspieszenie ziemskie 10 m/s^2 , a promień Ziemi ma wartość 6370 km , oblicz masę Ziemi.
2. Znajdź średnią gęstość Ziemi, jeżeli wiadomo, że jej promień wynosi 6370 km , a przyspieszenie ziemskie ma wartość 10 m/s^2 . Przyjmij, że Ziemia ma kształt kuli.
3. Oblicz ile razy mniejsza jest wartość siły grawitacji działającej na ciało umieszczone w odległości równej 4 promieniom Ziemi, licząc od jej powierzchni, od wartości siły grawitacji działającej na to ciało na powierzchni planety.
4. Oblicz wartość siły, którą przyciągałyby się dwie stykające się ze sobą złote kule o średnicy 10 cm każda. Gęstość złota wynosi $19,3 \text{ g/cm}^3$.
5. Ustal, gdzie znajduje się punkt, w którym należałoby umieścić ciało, aby siły przyciągania pochodzące od Ziemi i Księżyca wzajemnie się równoważyły. Odległość środka Księżyca od środka Ziemi jest równa $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$, a masa Księżyca stanowi $1/81$ masy Ziemi.
6. W pobliżu powierzchni Ziemi na ciało o masie 1 kg działa siła ciężkości o wartości 10 N . Jaki promień musiałaby mieć kula ołowiana, aby na jej powierzchni na ciało o masie 1 kg działała siła o takiej samej wartości? Gęstość ołowiu wynosi $11,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
7. Dwie kule jednorodne o promieniu 1 m , wykonane z tego samego materiału, stykają się ze sobą. Oblicz ile razy zmaleje wartość ich wzajemnego przyciągania grawitacyjnego, jeżeli rozsunie je na odległość $l = 1 \text{ m}$. Czy umieszczenie tych kul np. w wodzie zmieniłoby wartość tej siły?
8. Wartość siły grawitacji działającej na ciało leżące na Ziemi wynosi 400 N . Oblicz ile wynosiłaby wartość siły grawitacji Ziemi na wysokości $h = R$, gdzie R to promień Ziemi.
9. Na jakiej wysokości nad powierzchnią Ziemi przyspieszenie grawitacyjne jest równe co do wartości $1/4$ przyspieszenia na powierzchni Ziemi?
10. Na jakiej wysokości nad powierzchnią Ziemi natężenie pola grawitacyjnego jest 10 razy mniejsze niż na powierzchni?
11. Masa pewnej planety jest 80 razy mniejsza od masy Ziemi, a jej promień 4 razy mniejszy od promienia Ziemi. Obliczyć przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni tej planety. W obliczeniach przyjmij, że $g_z = 10 \text{ m/s}^2$.
12. Ciężar człowieka na powierzchni Ziemi wynosi 650 N . Ile wyniosłby ciężar tego człowieka na planecie o trzykrotnie większej masie i dwukrotnie mniejszym niż Ziemia promieniu?
13. Na planecie o średniej gęstości ρ i promieniu R na ciało o masie m działa siła o wartości F . Ile wynosiłaby wartość tej siły na planecie o takiej samej gęstości lecz dwukrotnie mniejszym promieniu?
14. Promień Marsa stanowi $1/2$ promienia Ziemi, a jego masa $1/10$ masy Ziemi. Oblicz stosunek g_z/g_m .

15. Jowisz ma masę 318 razy większą od masy Ziemi, a jego promień na równiku jest 11 razy większy od promienia równikowego Ziemi.
 - a) Zakładając, iż można by stanąć na powierzchni Jowisza, podaj jaką masę miałby tam kosmonauta, który na Ziemi waży 800 N ?
 - b) Jaki byłby jego ciężar na Jowiszu?
16. Czas obrotu Jowisza jest 12 razy większy od czasu obrotu Ziemi dookoła Słońca. Wyznacz odległość Jowisza od Słońca, jeśli wiadomo, że odległość Ziemi od Słońca jest równa 1 a.u. . Orbity planet traktujemy jako kołowe.
17. Neptun krąży wokół Słońca w średniej odległości 30 a.u. . Ile ziemskich lat trwa jeden rok na tej planecie?
18. Oblicz stosunek okresów obiegu Ziemi dla dwóch satelitów, jeśli promień orbity pierwszego satelity wynosi r , zaś drugiego $4r$.
19. Znając promień orbity i okres obiegu satelity, wyprowadź wzór na masę planety, wokół której krąży ów satelita.
20. Znając promień orbity Księżyca R , masę Ziemi oraz stałą grawitacji, znajdź wyrażenie na szybkość kątową, z którą księżyc obiega Ziemię.
21. Satelita geostacjonarny to taki satelita, który porusza się po orbicie leżącej w płaszczyźnie równika Ziemi z taką prędkością kątową, z jaką obraca się Ziemia. Dzięki temu z powierzchni Ziemi widziany jest on jako nieruchomy. Oblicz promień orbity satelity geostacjonarnego.
22. Czy zgadzasz się ze stwierdzeniem, że szybkość liniowa satelity okrążającego Ziemię wzrośnie, jeśli przeniesiemy go na orbitę o większym promieniu? Odpowiedź uzasadnij odwołując się do odpowiednich zależności.
23. Wyznaczyć okres obrotu Księżyca dookoła Ziemi wiedząc, że przyspieszenie ziemskie wynosi $g = 9,81\text{ m/s}^2$, promień Ziemi $R_z = 6370\text{ km}$ oraz odległość między Księżycem a Ziemią $r = 3,84 \cdot 10^8\text{ m}$.
24. Wyjaśnij dlaczego Księżyc nie spada na Ziemię.
25. Dwie kule o masach M i $4M$ są oddalone od siebie o r . Na linii łączącej ich środki, dokładnie w połowie odległości znajduje się punkt materialny o masie m . Oblicz wypadkową siłę działającą na ten punkt. Przyjmij, że G , M , m i r są dane.
26. Dwie kule o masach M i $2M$ są oddalone od siebie o r . Na linii łączącej ich środki, znajdź taki punkt geometryczny, w którym na punkt materialny o masie m działają siły grawitacji równoważące się. r – dane.
27. Punktowe masy M i $3M$ są oddalone od siebie o d . Oblicz natężenie pola grawitacyjnego w środku łączącego je odcinka. G , M i d – dane.
28. Oblicz pracę, jaka zostanie wykonana przy podnoszeniu ciała o masie m z powierzchni Ziemi na wysokość $h = R_z$ ponad nią.

29. Jaka prędkość, skierowaną pionowo do góry, należy nadać ciału aby osiągnęło ono wysokość równą promieniowi Ziemi? R i g – dane.
30. Przenosząc ciało z wysokości $h=R$ na wysokość $h=3R$ wykonano pracę W . Jaka pracę należy wykonać, by podnieść ciało z powierzchni Ziemi na wysokość $h=R$?
31. Ile wynosi energia kinetyczna satelity o masie m poruszającego się po orbicie o promieniu $r=2R$? R , m i r – dane.
32. Ile wynosi stosunek E_p do E_k satelity krążącego po orbicie kołowej?
33. Prom kosmiczny porusza się w odległości 100 km od powierzchni Ziemi po orbicie kołowej z prędkością 7,85 km/s. Oblicz energię kinetyczną, potencjalną i całkowitą tego promu, wiedząc że jego masa wynosi 100 ton.
34. Satelita o masie m_1 porusza się po orbicie o $r_1=R_z$, a satelita o masie m_2 po orbicie o $r_2=2R_z$. Oblicz stosunek m_1 do m_2 , jeżeli oba mają taką samą energię kinetyczną.
35. Rozważając ruch satelity Ziemi po okręgu o promieniu r pod wpływem dośrodkowej siły grawitacji, łatwo można wyprowadzić wzór opisujący zależność szybkości v ruchu po orbicie od promienia r orbity: $v=R\sqrt{\frac{g}{r}}$. Oblicz różnicę energii całkowitej satelitów o masach $m = 1000$ kg poruszających się po orbitach kołowych na wysokości $h_1 = 300$ km i na wysokości $h_2 = 100$ km nad powierzchnią Ziemi.
36. Oblicz wartość I prędkości kosmicznej dla Księżyca wiedząc, że jego promień wynosi 1740 km, a przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Księżyca jest równe 1/6 ziemskiego przyspieszenia grawitacyjnego.
37. Oblicz wartość pierwszej prędkości kosmicznej dla Jowisza. Wiadomo, iż orbita kołowa księżyc Jowisza, Ganimedesa, ma promień $R_G=1,0 \cdot 10^6$ km i obiega on planetę w czasie $T_G = 7,15$ dób ziemskich. Promień Jowisza wynosi $R_J = 70000$ km.
38. Masywne gwiazdy w końcowym etapie ewolucji odrzucają zewnętrzne warstwy materii i zapadając się mogą tworzyć gwiazdy neutronowe lub „czarne dziury”. Czarna dziura to obiekt astronomiczny, który tak silnie oddziałuje grawitacyjnie na swoje otoczenie, że żaden rodzaj materii ani energii nie może jej opuścić.
- a) Oszacuj promień gwiazdy neutronowej o masie $12,56 \cdot 10^{29}$ kg i średniej gęstości równej $3 \cdot 10^{17}$ kg/m³.
- b) Masywna gwiazda w wyniku ewolucji utworzyła obiekt o masie $12,56 \cdot 10^{29}$ kg i promieniu 1 km. Oszacuj wartość drugiej prędkości kosmicznej dla tego obiektu. Oceń, czy ten obiekt może być „czarną dziurą”. Odpowiedź uzasadnij.
39. Sonda kosmiczna została wystrzelona z Ziemi z II prędkością kosmiczną. W jakiej odległości od powierzchni Ziemi sonda straci połowę swojej początkowej energii kinetycznej? Jaka w tym punkcie będzie miała szybkość?